8. Über die Ausdehnung basischer Gesteinskomplexe bei Almunge und Penningby auf Grund geophysikalischer Untersuchungen

Von

Andreas Vogel

ABSTRACT.—Geophysical measurements and interpretation have been applied to two basic rocks in central Sweden, *viz.* (1) the canadite massif near Almunge and (2) the ultra-basic gabbro massif of Penningby near Norrtälje.

ZUSAMMENFASSUNG.—Geophysikalische Untersuchungs- und Interpretationsmethoden werden auf zwei basische Gesteinskomplexe in Mittelschweden angewandt: 1) Das Kanaditmassiv bei Almunge und 2) das ultrabasische Gabbromassiv von Penningby bei Norrtälje.

Gravimetrisch-magnetometrische Untersuchungen über dem Kanaditmassiv bei Almunge

Auf Anregung von Herrn Professor Dr. E. NORIN wurden in Jahre 1958 gravimetrische Untersuchungen über dem Kanaditmassiv bei Almunge (ca. 30 km östlich von Uppsala) begonnen. Es war die Absicht dieser Messungen, die Frage nach der Tiefenerstreckung dieses Massives zu beantworten. Eine ausführliche geologische Beschreibung des Massives finden wir bei GORBATSCHEV (1960).

Durch die Mithilfe zahlreicher Teilnehmer an geophysikalischen Kursen konnte im Laufe von 3 Jahren ein Gebiet von mehreren Quadratkilometern mit einem dichten Netz von Gravimetermesspunkten bedeckt werden. Diese Gravimetermessungen konnten durch ebenso zahlreiche Magnetometermessungen ergänzt werden.

Die gravimetrischen Messungen

Als Messinstrument fand der Worden-Gravimeter 362 Verwendung. Dieses leicht hantierbare Instrument ermöglichte ein rasches Messen auch in schwer zugänglichem Gelände. Die zentralen Messpunkte haben einen Abstand von nur 50 m und bedecken ein Gebiet von etwa 1 km². Diese Punkte sowie alle anderen nicht mit Kreuz versehenen Messpunkte (siehe Abb. 1) wurden mit grosser Sorgfalt geodätisch eingemessen. Alle diese Punkte liegen auf geschlossenen Polygonzügen. Der Ausgangspunkt ist 0,0 in dem willkürlich festgelegten Koordinatensystem. Die Höhenbestimmung wurde trigonometrisch durch-

24 – 641930 Bull. Geol. Inst. Vol. XLII



 Abb. I. Relatives Bouguer-Anomaliefeld über dem Kanaditmassiv bei Almunge.

 Schematische Grenze des Kanaditmassives (nach R. GORBATSCHEV).

 Linien gleicher Schwerkraft mit 2/10 mgal Abstand.

 . + Messpunkte.
 Basispunkt 0; 0 = 2 mgal.

geführt, wobei der Abstand zwischen den Messpunkten aus dem Winkel zwischen zwei Punkten auf der Messlatte berechnet wurde. Der Schlussfehler in den geschlossenen Polygonzügen mit durchschnittlich 20 Punkten war maximal eine Höhendifferenz von 20 cm. Die Aussenbezirke bedurften nicht einer ebenso exakten Höhenbestimmung. Die mit Kreuz versehenen Punkte sind mit Hilfe markanter Stellen im Gelände in Flugkarten mit Masstab I : 20 000 eingetragen worden. Die Höhenbestimmung mit Barometern reichte hier vollkommen aus. Aus einigen Kontrollmessungen lässt sich schliessen, dass ein Fehler von 0,5 m kaum überschritten wird.



Abb. 2. AB-Profil (siehe Abb. 1) des relativen Bouguerfeldes über dem Kanaditmassiv bei Almunge.

Die Höhenreduktion der gemessenen Schwere bezieht sich auf das Niveau – 10 m unter Pt. 0,0. Diese Bezugsebene liegt einige cm tiefer als der niedrigste Messpunkt. Die Bouguerreduktion ist -0,115 mgal/m für die Dichte 2,8 g/cm³, die Freiluftskorrektion +0,309 mgal/m, die Reduktion für die geographische Breite ist -0,7 mgal/km bezogen auf x=0 in dem willkürlichen Koordinatensystem. Als Bezugspunkt für die relativen Schwerwerte gilt der reduzierte Wert im Punkt 0,0 mit 2 mgal.

Wie aus Abb. 1 zu ersehen ist, sind die Schwereanomalien, die von der Masse herrühren, nicht besonders gross. Dazu kommt noch, dass kräftiger störende Massen in der Umgebung liegen. Dennoch ist der Anomaliebeitrag vom Kanaditmassiv deutlich erkennbar. Einige der Linien gleicher Schwere mit 2/10 mgal Abstand sind geschlossene Linien, soweit sie nicht von dem Feld einer im Südosten liegenden Masse gestört sind. Die schematitische Grenze des Massives ist durch gestrichelte Linien gekennzeichnet. Zur Berechnung der Vertikalausdehnung betrachten wir die langgestreckte Masse als ein unendlich langes Parallelepiped mit anomaler aber konstanter Dichte und legen über die Mitte ein Querprofil (Abb. 2). Wir wollen die Isolinien, sofern sie parallel zur Längsrichtung der Masse laufen, als zur Masse gehörig betrachten. Das Querprofil (Abb. 2) soll für die weitere Berechnung das Querprofil über einem unendlich langen Parallelepiped sein. Es soll mit der x-Achse zusammenfallen. Die y-Achse ist demnach parallel zur unendlichen Achse des Epipeds.

Nach TENGSTRÖM (1960) lassen sich aus der Quantität

$$\sigma_0 = \delta g_0 \frac{\left(\frac{\partial^2 \delta g}{\partial h^2}\right)_0}{\left(\frac{\partial \delta g}{\partial h}\right)_0^2}.$$
 (1)

die Breite 2R, die Tiefe H und die anomale Dichte δ_{ℓ} für ein rechtwinkliges Parallelepiped, dessen Oberseite in der Bezugsebene liegt und dessen Länge unendlich ist, bestimmen. Dieses Grössen sind die anomale Schwerkraft und deren vertikale Ableitungen in der Bezugsebene auf der vertikalen Achse des Parallelepipeds. Für ein Parallelepiped gelten folgende Ausdrücke:

$$\delta g_0 = 2k^2 \delta \varrho \left\{ R \ln \left(1 + \frac{H^2}{R^2} \right) + 2H \operatorname{arctg} \frac{R}{H} \right\}.$$
(2)

$$\left(\frac{\partial \delta g}{\partial h}\right)_{0} = -2\pi k^{2} \delta \varrho \left\{ \mathbf{I} - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{R}{H} \right\}.$$
 (3)

$$\left(\frac{\partial^2 \delta g}{\partial h^2}\right)_0 = \frac{4k^2 \delta \varrho H^2}{R(R^2 + H^2)}.$$
(4)

Wir wollen diese Grössen zunächst dem Profil (Abb. 1) entnehmen.

1) Als δg_0 sehen wir die Differenz zwischen Maximum und den seitlichen Minima an, das bedeutet 1,01.10⁻³ \pm 0,03.10⁻³ cgs

2)
$$-\left(\frac{\partial^2 \delta g}{\partial h^2}\right)_0 = \left(\frac{\partial^2 \delta g}{\partial x^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^2 \delta g}{\partial y^2}\right)_0$$

 $\left(\frac{\partial^2 \partial g}{\partial y^2}\right)_0 = 0$, da die y-Achse mit der Längsachse des Parallelepipeds zusammenfallen soll.

 $\left(\frac{\partial^2 \delta g}{\partial x^2}\right)_0$ lässt sich als zweite Differenz graphisch bestimmen. Es ergibt sich $-0.73 \cdot 10^{-12} \pm 0.05 \cdot 10^{-12}$ cgs.

3) Eine Formel für den Schweregradienten mit der für geodätische Zwecke erforderlichen Genauigkeit ist von TENGSTRÖM (1958) abgeleitet worden.

Zur Berechnung von $(\partial \delta g / \partial h)_0$ gehen wir von einer vereinfachten für lokale gravimetrische Untersuchungen gedachten Formel nach HAALCK (1958) aus:

$$\left(\frac{\partial \delta g}{\partial h}\right)_{0} = \frac{\delta \overline{g}_{0}}{r_{0}} - \int_{r_{0}}^{\infty} \frac{\delta \overline{g}_{r}}{r^{2}} dr.$$
(5)

Hier ist r_0 der Radius eines Kreises, innerhalb dessen δg als konstant angesehen werden kann und als δg_0 bezeichnet wird. r ist der Abstand nach dr.

$$\delta \overline{g}_r = rac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta g(r, \varphi) d\varphi$$

ist der Mittelwert der Schwerkraft auf dem Kreis mit dem Radius r.

Betrachten wir nun das Profil (Abb. 2) als das Querprofil eines unendlichen Parallelepipeds und teilen wir von Maximum als Origo ausgehend in Zonen mit dr = 100 m ein (innerster Kreis $r_0 = 100$ m) und ermitteln wir $\delta \overline{g}_r$ für den Mittabstand der einzelnen Zonen, so ergibt sich nach (5)

$$\left(\frac{\partial \delta g}{\partial h}\right)_0 = 2.7 \cdot 10^{-8} \pm 0.3 \cdot 10^{-8} \text{ cgs.}$$

Sodann erhält man nach (1)

$$\sigma_0 = 1,0 \pm 0,2.$$

Damit lässt sich aus (1) nach Einsetzen von (2), (3) und (4) $R/H=0.8\pm0.2$ errechnen.

Nach (3) ergibt sich die Dichte $\delta \varrho = 0, 11 \pm 0, 02 \text{ g/cm}^3$ und nach (4) die halbe Breite des Parallelepipeds $R = 240 \pm 20$ m. Die Tiefe berechnet sich zu $H = R/0, 8 = 300 \pm 50$ m.

Es ist nicht immer ratsam, den Schwerewert und dessen Ableitungen nach der Höhe in nur einem Punkt für die Berechnung der Parameter des Modelles heranzuziehen. Bekanntlich werden die höheren Ableitungen in steigendem Masse von Massenunregelmässigkeiten in unmittelbarer Nähe des Aufpunktes beeinflusst. Abweichungen der wahren Massenverteilung von dem gewählten Modell in der nächsten Umgebung des Aufpunktes machen die höheren Ableitungen unbrauchbar für Betrachtungen des Gesamtkörpers.

Deshalb ist es angebrachter, in einer Anzahl von Punkten der Bezugsebene die beobachteten und theoretischen Werte als Funktion der Parameter des Modelles zur Ermittlung der Massen heranzuziehen, wie dies in Abschnitt 2 unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate geschieht.

Die magnetometrischen Messungen

Abb. 3 zeigt die Magnetometermessungen über dem Massiv. Für diese Messungen stand ein Arvela-Magnetometer zur Verfügung. Die Vertikalintensität wurde mit einer Ablesegenauigkeit von etwa 20 γ gemessen. Die relativen Messungen haben als Referenspunkt ebenfalls 0,0 mit 0 γ . Die ursprüngliche Vermutung, dass der Kanadit eine Suszeptibilität besitzt, die sich vom Nachbargestein unterscheidet, hat sich nicht als stichhaltig erwiesen.

Wie aus der Karte zu ersehen ist, treten die magnetischen Störungen verteilt auf. Es ist aber bemerkenswert, mit welcher Präzision die meisten der Störgebiete mit der Grenze des Massives zusammenfallen. Dies ist auf Erzansammlungen in den Randgebieten zurückzuführen. Obwohl die magnetischen Störungen in diesem Fall nicht direkt von der Masse herrühren und eine Massenberechnung nicht möglich ist, so lässt sich doch aus den magnetischen Randstörungen die horizontale Ausdehnung der Masse auch in solchen Teilen ersehen, die von Lockermassen bedeckt und der geologischen Kartierung nicht unmittelbar zugänglich sind.



Abb. 3. Relative magnetische Vertikalintensität über dem Kanaditmassiv bei Almunge.

..... Schematische Grenze des Kanaditmassives (nach R. GORBATSCHEV).

— Linien gleicher Vertikalintensität mit 200 γ Abstand.

• + Messpunkte. Basispunkt $\circ; \circ = \circ \gamma$.

Geophysikalische Untersuchungen über dem ultrabasischen Gabbromassiv von Penningby bei Norrtälje

In den Jahren 1960 bis 1962 wurden während der Sommermonate über dem ultrabasischen Gabbromassiv bei Penningby gravimetrische, magnetische und seismische Messungen durchgeführt. Die Absicht dieser Messungen war es, teils die physikalischen Eigenschaften des ultrabasischen Materials zu bestimmen, teils Berechnungen über die Ausdehnung des Massives anzustellen.

Eine eingehende geologische Untersuchung über das Massiv finden wir in einer Abhandlung von LUNDEGÅRDH (1943). Dieser Arbeit ist die Übersichtskarte (Abb. 4) entnommen worden.



Abb. 4. Ultrabasisches Gabbromassiv bei Penningby. Schematisierte Übersichtskarte nach P. H. Lundegårdh.

Die gravimetrischen Messungen

Sämtliche gravimetrischen Messungen wurden mit einem Worden-Gravimeter durchgeführt. Die Ablesegenauigkeit des Gravimeters ist 1/100 mgal. Um ein ungefähres Bild über die Störungsintensität zu bekommen, wurden zunächst 2 Nord-Südprofile vermessen. Ein Profil überquert den schmalen westlichen Arm der Masse (in Abb. 5 als AB-Profil bezeichnet). Auf diesem Profil sind die Höhen trigonometrisch bestimmt worden. Ein zweites Profil wurde über den zentralen Teil der Masse gelegt. Die Messpunkte dieses Profils wurden direkt in Flugkarten im Masstab 1 : 20 000 eingezeichnet. Die Höhen wurden zum Niveau der Ostsee eingemessen. Einige Messungen konnten während des Winters auf der Eisdecke der Ostsee durchgeführt werden.



Abb. 5. Relatives Bouguerfeld über dem ultrabasischen Gabbromassiv bei Penningby.
 Schematische Grenze des Massives (nach P. H. LUNDEGÅRDH).
 Linien gleicher Schwere mit I mgal Abstand.
 Messpunkte.

Alle mit Kreuz versehenen Punkte in Abb. 5 sind solche, deren Höhen trigonometrisch bestimmt und deren Koordinaten in Flugkarten 1:20 000 direkt eingetragen worden sind. Der Schlussfehler der trigonometrischen Höhenbestimmung betrug bei 10 Messungen maximal 20 cm. Die Koordinaten der übrigen Punkte wurden ebenfalls direkt in Flugkarten eingeführt. Sie liegen teilweise direkt an Stränden, sodass ihre Höhen relativ zum Meeresniveau leicht gemessen werden konnten, teils wurden sie barometrisch eingemessen. Der maximale Fehler bei Kontrollmessungen von barometrisch eingemessenen Punkten betrug ~50 cm.

Die Reduktion aller Höhenbestimmungen erfolgte zum Meerensiveau, wobei die Schwankungen des Meeresniveaus an einem Pegel kontrolliert wurden. Als Bouguerreduktion wurde +0,309 mgal/m und als Freiluftkorrektion wurde -0,112 mgal/m eingeführt. Als Korrektion für die geographische Breite

8

wurde -0.7 mgal/km verwendet und auf die Breite x=0 in dem speziellen Koordinatensystem reduziert, welches bei der Durchführung der Messungen eingeführt wurde und in alle Karten der vorliegenden Arbeit eingetraten ist. Die ausserdem eingetragenen absoluten Koordinaten entstammen der ökonomischen Karte über Schweden im Masstab 1: 10 000. Der Basispunkt für alle Gravimetermessungen ist x = -0.5, y = -8.8 (Kvistet) mit einer unkorrigierten relativen Schwere von 10 mgal. Abb. 5 stellt das relative Bouguerfeld dar.

Der Punktabstand auf dem Profil AB (Abb. 5) beträgt ca. 100 m. Das relative Bouguerfeld über diesem Profil zeigt Abb. 8. Abb. 9 dagegen enthält die gleichen Schwerewerte, welche in das Profil CD in Abb. 5 eingetragen wurden.



Abb. 6. Relative magnetische Vertikalintensität über dem ultrabasischen Gabbromassiv bei Penningby.

- ······ Schematische Grenze des Massives (nach P. H. LUNDEGÅRDH). Linien gleicher Vertikalintensität mit 500 γ Abstand.
 - Messpunkte.



Abb. 7. Relative magnetische Vertikalintensität über dem westlichen Teil des ultrabasischen Gabbromassives bei Penningby.

..... Schematische Begrenzung des Massives (nach P. H. LUNDEGÅRDH).

Isogammen in γ.
 Messpunkte.

Gleichzeitig mit den Gravimetermessungen wurden Magnetometermessungen durchgeführt. Als Feldinstrument fand ein Arvela-Magnetometer Verwendung mit einer Ablesegenauigkeit von 20 γ . Die Messpunkte wurden ebenfalls direkt in Flugkarten I : 20 000 eingetragen. Als Basispunkt wurde x = -0.5, y = -8.8 (Kvistet) ausgewählt. Abb. 6 zeigt die relative Vertikalintensität, wobei für den Basispunkt ein Wert von 1000 γ festgelegt wurde.

Die magnetischen Messungen

Ein mehr detailliertes Bild der relativen Vertikalintensität über dem westlichen Arm der Masse zeigt Abb. 7. Auf den Profilen AB und CD der Karte 6 ist der Abstand der magnetometrischen Messpunkte ca. 10 m. Die relative Vertikalintensität für diese Profile zeigt Abb. 5 und 6.



Abb. 8. AB-Profil (siehe Abb. 5) über dem ultrabasischen Gabbromassiv bei Penningby.
 a) relatives Bouguerfeld, b) relative magnetische Vertikalintensität, c) seismische Geschwindigkeitsverteilung an der Oberfläche des Kristallins, d) Querschnitt der geologischen Kartierung.

Die seismischen Messungen

Die seismischen Messungen galten hauptsächlich der Bestimmung der Tiefe von Lockermassen unter den Gravimeterpunkten. Damit konnten die Gravimeterwerte genauer nach Bouguer reduziert werden. Gleichzeitig wurden auf



Abb. 9. CD-Profil (siehe Abb. 5) über dem ultrabasischen Gabbromassiv bei Penningby.
 a) relatives Bouguerfeld, b) relative magnetische Vertikalintensität, c) seismische Geschwindigkeitsverteilung an der Oberfläche des Kristallins, d) Querschnitt der geologischen Kartierung.

den Profilen AB und CD der Abb. 5 und 6 die Geschwindigkeitsverhältnisse an der Oberfläche des Kristallins untersucht. Die Resultate sind in Abb. 8 und 9 eingetragen. Für die refraktionsseismischen Messungen stand ein Refraktionsseismisches Instrument der Firma Century mit 12 Kanälen zur Verfügung. Im Abstand von 10 m wurden die mittleren Geschwindigkeiten über 50 m bestimmt.

Vergleich der gravimetrischen, magnetischen, seismischen Messungen und der geologischen Kartierung auf den Profilen AB und CD

Abb. 8*a* stellt das relative Bouguerfeld dar, 8*b* die relative magnetische Vertikalintensität, 8*c* die Geschwindigkeitsverteilung an der Oberfläche des Kristallins und 8*d* einen Querschnitt der geologischen Kartierung auf dem Profil AB. Da die geologische Karte von P. H. LUNDEGÅRDH (1943) keine geographischen Koordinaten enthält, ist deren Einpassung in die geophysikalische Karten (mit einer Unsicherheit in den Messpunktkoordinaten vom ± 20 m) mit einem unbekannten Fehler behaftet.

Ein Maximum im Schwerefeld liegt über dem Zentrum der Masse vor. Zwei magnetische Maxima liegen dagegen an Rande. Dies deutet darauf hin, dass im Kontaktgestein Magnetitvorkommen auftreten. Zwei kleine magnetische Maxima sind offenbar mit seismischen Geschwindigkeitsmaxima und Quarz-Diorit korreliert.

Abb. 9 stellt die gleichen Messgrössen wie in Abb. 8 dar, jedoch für das Profil CD. Dieses liegt teils innerhalb, teils ausserhalb der kartierten Masse. Der Verlauf der Schwereanomalie lässt eine breitere Ausdehnung der Masse in der Tiefe vermuten. Die magnetische Vertikalintensität hat wiederum ein kleines Maximum in der Nähe der Begrenzung des Massives aber auch ein Maximum mitten über der Masse. Dieses centrale Maximum geht aber offensichtlich nur von einem Teil der Masse aus. Daraus lässt sich erkennen, dass die Gesamtmasse ultrabasischen Gesteins keine homogene anomale Magnetisierung gegenüber dem Nebengestein aufweist. Die seismische Geschwindigkeitsverteilung an der Oberfläche des Kristallins indikiert deutlich die Grenze zum ultrabasischen Gestein mit einer Geschwindigkeitserhöhung auf 7700 m/sek. Aber auch ausserhalb der kartierten Masse zum Punkt C hin treten die hohen Geschwindigkeietn von 7700 m/sek. auf. Bei genauerer geologischer Kartierung dürfte auch hier ultrabasisches Gestein vorzufinden sein.

Die Berechnung der Ausdehnung der ultrabasischen Masse aus dem gravitativen und magnetischen Störfeld

Zur Berechnung der Dimensionen der Masse wollen wir diese durch ein Modell approximieren, das durch eine Anzahl von Parametern beschrieben werden kann. Die Parameter des Modelles, dessen theoretisches Störfeld sich am besten dem beobachteten anschliesst, soll durch die Methode der kleinsten Quadrate ermittelt werden.

Zunächst muss die lokale Störung von dem Regionalfeld abgetrennt werden. Die Trennung des gravitativen Störungsfeldes von dem Regionalfeld geschah durch Bildung der zweiten Ableitung der Schwere nach der Höhe. Die Methode soll hier nicht näher erläutert werden. Abb. 10 stellt das lokale Bouguerfeld nach Abzug des regionalen Bouguerfeldes dar.



Abb. 10. Restanomalie des Bouguerfeldes über dem ultrabasischen Gabbromassiv bei Penningby.

······ Schematische Grenze des Massives (nach P. H. LUNDEGÅRDH). Linien gleicher Schwerkraft mit I mgal Abstand.

Messpunkte.

Im Bereich der ultrabasischen Masse liegt durchweg eine höhere magnetische Vertikalintensität als in der Umgebung vor. Jedoch liegen mehrere Maxima vor, die eine inhomogene Magnetisierung der Masse andeuten. Der Mittelwert der relativen magnetischen Vertikalintensität ausserhalb des störenden Feldes ist +970 γ . Wir wollen diesen Wert, da das regionale Feld, wie aus der magnetischen Übersichtskarte über die nordischen Länder zu ersehen ist, keinen wesentlichen Horizontalgradienten aufweist, als Regionalfeld betrachten.

In Abb. 6 lässt sich nördlich der Masse ein Gebiet erkennen, das vorwiegend Vertikalintensitäten von weniger als $+970 \gamma$ aufweist. Dies deutet darauf hin, dass die magnetische Störung auf induzierte Magnetisierung zurückzuführen ist. Die magnetische Suszeptibilität wurde für 8 Proben ermittelt. Diese Bestimmung wurde mit Hilfe eines Fanselau-Magnetometers zur Messung der Vertikalintensität im Laboratorium ausgeführt. Keine dieser über die Masse verteilten Proben zeigt eine remanente Magnetisierung. 6 der 8 Proben ergaben keinen beobachtbaren Ausschlag des Magnetometers. Für diese 6 Proben ist \varkappa kleiner als 0,0005. Ist die Suszeptibilität des Nebengesteins 0, so erhalten wir als anomale Suszeptibilität für die beiden übrigen Gesteinsproben:

$$\kappa_{127} = 0,0008$$

 $\kappa_{92} = 0,005.$

Die Index-Ziffern von \varkappa sind die in Abb. 4 eingetragenen Probenbezeichnungen.

Es liegt also keine homogene induzierte Magnetisierung der ultrabasischen Masse vor. Dadurch ist es wenig sinnvoll, eine Massenberechnung mit Hilfe des magnetischen Störfeldes durchzuführen.

Deswegen soll sich die Massenberechnung lediglich auf das anomale Schwerefeld stützen. Das Restfeld in Abb. 10 ist weitgehend rotationssymmetrisch. Eine Approximation der störenden Masse durch einen vertikalen Zylinder, dessen Oberseite mit der Reduktionsebene der Messwerte zusammenfällt, ist naheliegend.

In Abb. 10 wird ein zur Masse und zur lokalen Schwerestörung zentraler Punkt P ausgesucht und dieser als Achsenpunkt des vertikalen Zylinders betrachtet. Als Diameter des Zylinders nehmen wir das Mittel aus nord-südlicher und ost-westlicher Ausdehnung der Masse. Der Diameter 2 a ist ungefähr 3 km. Die Dichte des ultrabasischen Gesteins wurde im Laboratorium ermittelt. Für 7 Gesteinsproben ergaben sich folgende Werte:

Nummer der Probe	Dichte ϱ
71	2,96
20	2,86
127	3,02
85	2,96
107	2,96
132	3,03
39	2,86

Die Probenbezeichnung entspricht den Nummern in Abb. 4. Die mittlere Dichte ist 2,96 \pm 0,11 g/cm³. Der Dichtesprung zum Nebengestein mit ϱ = 2,70 g/cm³ ist also $\delta \varrho$ = 0,26 g/cm³.

Durch den Punkt P in Abb. 5 sei ein Nord-Süd Profil gelegt (Profil EPF in Abb. 10). Es gilt sodann, die Länge h des vertikalen Zylinders mit der Achse durch Punkt P, der Oberseite in der Reduktionsebene, dem Radius a = 1,5 km und $\delta \varrho = 0,26$ g/cm³ zu bestimmen, dessen vertikale Komponente der Anziehungskraft $\partial \delta W / \partial z$ in dem NS-Mittprofil am besten mit den δg -Werten in den entsprechenden Punkten auf dem Profil EPF übereinstimmt. Dazu verwenden wir die Methode der kleinsten Quadrate mit der Forderung:

ANDREAS VOGEL

$$\sum_{i=0}^{n} \left[\delta g(x_i) - \frac{\partial \delta W}{\partial z}(x_i) \right]^2 = F = Min.$$
(6)

 x_i sind Punkte des Mittprofiles, wenn wir dieses mit der x-Achse mit P als Origo zusammenfallen lassen.

Als nächster Schritt soll $\partial \delta W / \partial z$ (x_i) als Funktion der Parameter des Zylinders ausgedrückt werden. Für den Achsenpunkt $x_0 = 0$ gilt:

$$\frac{\partial \delta W}{\partial z}(x_0) = 2\pi k^2 \delta \varrho \left\{ a + h - \sqrt{a^2 + h^2} \right\}.$$
(7)

Für einen Punkt $x_n \ge a$ kann man folgenden approximativen Ausdruck einführen:

$$\frac{\partial \delta W}{\partial z}(x_n) = \frac{\pi k^2 \delta \varrho a}{2x_n} \left\{ \sqrt{k^2 + (x_n - a)^2} - \sqrt{k^2 + (x_n + a)^2} + 2a \right\}.$$
(8)

Um die weiteren Berechnungen ohne Zuhilfenahme elektronischer Rechenmaschinen ausführen zu können, beschränken wir uns auf 3 Punkte, nämlich $x_0 = 0$, $x_n = +2,0$ km und $x_n = -2,0$ km. Wegen der Rotationssymmetrie kann zur Vereinfachung der Mittelwert $\delta g(x_{12})$ für $x_n = x_1 = +2,0$ km und $x_n = x_2 = -2,0$ km gebildet werden und man erhält nach (6)

$$\begin{bmatrix} \delta g(x_0) - 2\pi k^2 \delta \varrho \{a + h - \sqrt{a^2 + h^2}\} \end{bmatrix}^2 + 2 \begin{bmatrix} \delta g(x_{12}) - \frac{\pi \delta \varrho k^2 a}{2x_1} \{\sqrt{h^2 + (x_1 - a)^2} - \sqrt{h^2 + (x_1 + a)^2} + 2a\} \end{bmatrix}^2 = F = Min.$$
(9)

Die einzige Unbekannte in (9) ist h, die Tiefe des Zylinders. h wird berechnet durch Ableitung dieser Funktion nach h und Gleichsetzen mit o:

$$\begin{split} \frac{\partial F}{\partial h} &= 2 \left[\delta g(x_0) - 2\pi k^2 \delta \varrho \left\{ a + h - (a^2 + h^2)^{1/2} \right\} \right] \cdot \left[\mathbf{I} - (a^2 + h^2)^{-1/2} \cdot h \right] + \\ &+ \frac{a}{x_1} \left[\delta g(x_{12}) - \frac{\pi k^2 a \delta \varrho}{2x_1} \left\{ (h^2 + (x_1 - a)^2)^{1/2} - (h^2 + (x_1 + a)^2)^{1/2} + \right. \\ &+ 2a \right\} \right] \cdot \left[(h^2 + (x_1 - a)^2)^{-1/2} \cdot h - (h^2 + (x_1 + a)^2)^{-1/2} \cdot h \right] = \mathbf{0}. \end{split}$$
(10)

In obiger Gleichung setzen wir folgende bekannte Grössen ein

$$\delta g(x_0) = 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ cgs}$$

$$\delta g(x_{12}) = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ cgs}$$

$$a = 1.5 \cdot 10^5 \text{ cm}$$

$$\delta \varrho = 0.26 \text{ g/cm}^3.$$

Mit Hilfe dieser bekannten Grössen wurde durch Einsetzen in (5) die Tiefe des sich am besten anschliessenden Zylinders zu h = -600 m berechnet.

Zur Durchführung der umfangreichen Feldarbeiten standen finanzielle Mittel von der Universität Uppsala und vom Statens Naturvetenskapliga Forskningsråd zur Verfügung.

Geophysikalisches Laboratorium des Geodätischen Instituts der Kgl. Universität Uppsala, den 24. November 1963.

Literatur

- GORBATSCHEV, R., 1960: On the Alkali Rocks of Almunge. Bull. Geol. Inst. Univ. Uppsala. Vol. 34, pp. 1-69.
- HAALCK, H., 1958: Lehrbuch der angewandten Geophysik. II. pp. 296-297.
- HALL, D., 1958: Least Squares in Magnetic and Gravity Interpretation. Trans. Amer. Geophys. Union. Vol. 39, No. 1, pp. 35-39.
- LUNDEGÅRDH, P. H., 1943: The Grovstanäs Region, An Ultra-Basic Gabbro Massif and its Immediate Vicinity. Bull. Geol. Inst. Univ. Uppsala. Vol. 29, pp. 305-388.
- PARASNIS, D. S., 1961: Exact Expressions for the Gravitational Attraction of a Circular Lamina at all Points of Space and of Right Circular Vertical Cylindar at Points External to it. *Geophys. Prosp.*, Vol. 9, No. 3, pp. 282-298.

TENGSTRÖM, E., 1958: Über die Ableitungen $\left(\frac{\partial^n(\partial g)}{\partial h^n}\right)_0$, $\left(\frac{\partial^n \xi}{\partial h^n}\right)_0$ und $\left(\frac{\partial^n \eta}{\partial h^n}\right)_0$ in den Taylorentwicklungen des äusseren Gravitationsfeldes und dessen Geometrie.

Medd. geod. inst. Uppsala univ. No. 5, pp. 1-5.

- 1960: An Approximate Method for Calculating the Depth of a Surface-Reaching Gravitational Mass-Anomaly, Giving a Bouguer-Field with Radial or Axial Symmetry. *Geofis. Pura Appl.* Vol. 46, pp. 23–25.
- VOGEL, A., 1962*a*: The Application of Electronic Computers to the Calculation of Effective Magnetisation. *Geophys. Prosp.* Vol. 11, No. 1, pp. 51-58.
- 1962b: Demagnetising Fields of Inhomogeneous Induced Magnetisation. Nature. Vol. 196, No. 4861, pp. 1279–1281.
- 1962c: A Method for Estimating the Shape of a Gravitationally and Magnetically Disturbing Body. *Geofis. Pura Appl.* Vol. 53, pp. 1–9.

Tryckt den 6 april 1964

24[†] – 641930 Bull. Geol. Inst. Vol. XLII